Imię:

Nazwisko: Klasa:

VIII Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego – część testowa

(18 października 2012 r., godz. 9:00)

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imię, nazwisko oraz numer klasy.

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe. Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.
W przypadku pomyłki przekreśl znakiem X podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązanego zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $2n+1$ jest

T a) dodatnia;

T b) nieparzysta;

N ~~T~~ c) pierwsza.

Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut. **Powodzenia!**

1. Miary α, β, γ kątów pewnego trójkąta spełniają warunek $\alpha+\beta<\gamma$. Wynika z tego, że

a) trójkąt ten jest ostrokątny;

b) trójkąt ten jest rozwartokątny;

c) taki trójkąt nie istnieje.

2. Długość przekątnej pewnego kwadratu jest liczbą niewymierną. Wynika z tego, że

a) pole tego kwadratu jest liczbą wymierną;

b) długość boku tego kwadratu jest liczbą wymierną;

c) obwód tego kwadratu jest liczbą całkowitą.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Imię:

Nazwisko: Klasa:

3. Istnieje liczba naturalna o sumie cyfr równej 2012, podzielna przez

a) 4;

b) 5;

c) 6.

4. Nierówność $\sqrt{x^2-1}>x$

a) nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych;

b) ma co najmniej jedno rozwiązanie w zbiorze liczb rzeczywistych;

c) ma nieskończenie wiele rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

5. Dane są takie liczby całkowite a i b, że liczby $a+b$ i $a-b$ są podzielne przez 12. Wynika z tego, że obie liczby a i b są podzielne przez

a) 2;

b) 3;

c) 4.

6. Trójkąt ABC jest podstawą takiego ostrosłupa $ABCS$, że kąty ASB, BSC, CSA są równe. Wynika z tego, że

a) $AS=BS=CS$;

b) $AB=BC=CA$;

c) ostrosłup $ABCS$ jest prawidłowy.

7. Dodatnie liczby a i b są całkowite i ich największy wspólny dzielnik jest równy 1. Ponadto liczba $a\cdot b$ jest kwadratem liczby całkowitej. Wynika z tego, że

a) obie liczby a i b są kwadratami liczb całkowitych;

b) największy wspólny dzielnik liczb a oraz $a+b$ jest równy 1;

c) liczba $a+b$ jest kwadratem liczby całkowitej.

8. Istnieje taki ostrosłup prawidłowy siedmiokątny, którego krawędź boczna jest

a) dłuższa od krawędzi podstawy;

b) równa krawędzi podstawy;

c) krótsza od krawędzi podstawy.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Imię:

Nazwisko: Klasa:

9. Dodatnia liczba całkowita d jest dzielnikiem dodatniej liczby całkowitej a. Liczbę d zwiększono o 30% uzyskując w wyniku liczbę całkowitą będącą dzielnikiem liczby a. Wynika z tego, że liczba a jest podzielna przez

- a) 10;
- b) 13;
- c) 30.

10. Dany jest trójkąt ABC, w którym $BC = AC$. Dwusieczna kąta BAC przecina odcinek BC w punkcie D. Wynika z tego, że kąt ADC jest

- a) równy $3 \cdot \sphericalangle DAC$;
- b) większy od kąta ACB;
- c) mniejszy od kąta BAC.

11. Liczba $\dfrac{2}{1+\sqrt{3}} + \dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$ jest

- a) niewymierna;
- b) całkowita;
- c) większa od $\dfrac{2}{3}$.

12. Sfera wpisana w czworościan $ABCD$ jest styczna do ścian ABC i ABD odpowiednio w punktach K i L. Wynika z tego, że

- a) $AK = AL$;
- b) $\sphericalangle AKB = \sphericalangle ALB$;
- c) oba punkty K i L są środkami okręgów wpisanych w trójkąty ABC i ABD.

13. Na odcinku długości 1 wybrano trzy różne punkty dzieląc ten odcinek na cztery części. Wynika z tego, że

- a) długość co najmniej jednej z tych części jest większa od 1/5;
- b) suma długości pewnych dwóch z tych części jest nie mniejsza od 1/2;
- c) z pewnych trzech części można zbudować trójkąt.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Imię:

Nazwisko: Klasa:

14. Dane są takie liczby a, b, że $a>b$ oraz liczby $a(b+1)$ i $b(a+1)$ są wymierne. Wynika z tego, że

a) liczba $a-b$ jest wymierna;

b) liczba ab jest wymierna;

c) obie liczby a i b są wymierne.

15. W czworościanie $ABCD$ kąty ABC i BCD są proste. Wynika z tego, że

a) $AD \geqslant BC$;

b) kąt CDA jest prosty;

c) $AB^2+BD^2=AC^2+CD^2$.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego