

Rok szkolny
2010/2011

**PROGRAM
ZAJĘĆ WYRÓWNAWCZYCH
Z MATEMATYKI
W KLASACH I – III LICEUM**

Piotr Żelasko

RECENZJA

PROGRAMU ZAJĘĆ WYRÓWNAWCZYCH Z MATEMATYKI W LICEUM

Program zajęć wyrównawczych z matematyki przeznaczony jest dla uczniów klas I – III liceum. Jest zgodny z podstawą programową kształcenia ogólnego dla liceum i technikum (zakres podstawowy) podpisaną przez Ministra Edukacji Narodowej 23 sierpnia 2007 roku.

Autor ujął w nim szczegółowo wszystkie treści nauczania wraz z wymaganiami podstawowymi, które powinien opanować uczeń.

Program wyrównawczy w poszczególnych klasach jest elastyczny, zawiera całość materiału z podstawy programowej, jednak daje możliwość poświęcenia więcej czasu na mniej zrozumiałe i trudniejsze treści dla uczniów uczestniczących w zajęciach. Nauczyciel realizujący program sam decyduje, które treści można pominąć, a na który położyć większy nacisk, w zależności od poziomu wiedzy i predyspozycji uczniów w grupie.

Program zajęć wyrównawczych może być realizowany na zajęciach dodatkowych w liceum niezależnie od tego, według jakiego programu odbywa się nauczanie matematyki na lekcjach.

Maria Mielniczek

SPIS TREŚCI

WSTĘP	4
CELE PROGRAMU	5
PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW	6
PODSTAWA PROGRAMOWA Z MATEMATYKI z dnia 23.08.2007	7
TREŚCI NAUCZANIA	10
EWALUACJA PROGRAMU	34
TEST SPRAWDZAJĄCY PO III KLASIE GIMNAZJUM (test na wejście do szkoły ponadgimnazjalnej)	35

WSTĘP

Poniższy program zajęć wyrównawczych jest zgodny z obowiązującą w liceum Podstawą programową kształcenia ogólnego oraz założeniami standardów wymagań maturalnych.

Adresatami programu są nauczyciele pracujący z młodzieżą osiągającą niski poziom wyników nauczania z matematyki.

Program został skonstruowany tak, aby pozostawić nauczycielowi dowolność w planowaniu pracy w poszczególnych klasach. W klasie pierwszej można w dużej mierze powtarzać i wyrównywać wiadomości uczniów, którzy przyszli z różnych szkół, natomiast w klasie trzeciej więcej czasu można poświęcić na powtarzanie i utrwalanie materiału przed egzaminem maturalnym.

Program zakłada elastyczność w zakresie doboru treści i metod pracy w zależności od możliwości percepcyjnych i poziomu intelektualnego uczniów, a także potrzeb wynikających z bieżącej analizy postępów w nauce.

Program został opracowany z myślą o uczniach w typowych warunkach szkolnych w nielicznych grupach (10-13 osób). Zakładamy, iż szeroko rozumiana indywidualizacja procesu nauczania pozwoli każdemu dziecku osiągnąć optymalne dla niego cele. Staramy się określić próg możliwości każdego dziecka niezależnie i do niego dostosować techniki pracy i cele edukacyjne. Każde dziecko może uczestniczyć w procesie nauczania matematyki. Głównie od nauczyciela zależy efekt tej nauki i zadowolenie, jakie przynosi ona dziecku.

CELE PROGRAMU

Matematyka jest przedmiotem, który służy stymulowaniu rozwoju intelektualnego uczniów.

Celem planowanych zajęć jest przede wszystkim dążenie do opanowania przez uczniów umiejętności dotyczących planowanych treści matematycznych, ale również ewentualnego wyrównania braków edukacyjnych z poprzedniego etapu kształcenia.

Udział w zajęciach wyrównawczych powinien również umożliwiać uczniom:

- rozwijanie pamięci oraz umiejętności myślenia abstrakcyjnego i logicznego rozumowania,
- kształtowanie wyobraźni przestrzennej,
- dostrzeganie prawidłowości matematycznych w otoczeniu,
- rozwijanie umiejętności stosowania matematyki,
- rozwijanie umiejętności pracy w grupie,
- wyrabianie systematyczności i wytrwałości.

PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW:

Pracę z uczniem należy rozpocząć od zdiagnozowania jego umiejętności, dopiero potem należy zaplanować czas przewidziany na realizację poszczególnych treści.

Aby wzbudzić zainteresowanie uczniów należy stosować różnorodne metody ze szczególnym uwzględnieniem metod aktywnych. Doskonałą formą urozmaicenia zajęć są gry dydaktyczne, a także wykorzystanie w pracy programów multimedialnych.

Podstawową formą pracy podczas zajęć wyrównawczych powinna być praca indywidualna z uczniem lub praca w małych grupach.

Podstawa programowa wszystkich etapów kształcenia wskazuje konieczność rozwijania umiejętności ponad przedmiotowych (kluczowych), umożliwiających sprostanie wymaganiom współczesnego świata. Program ten zakłada, że szkoła ze szczególną troską kształcić będzie następujące umiejętności:

1. Efektywne współdziałanie w zespole i pracy w grupie, budowanie więzi międzyludzkich, podejmowanie indywidualnych i grupowych decyzji, skutecznego działania na gruncie obowiązujących norm.
2. Rozwiązywanie problemów w sposób twórczy.
3. Poszukiwanie, porządkowanie i wykorzystywanie informacji z różnych źródeł, efektywne posługiwanie się terminologiami informacyjnymi i komunikacyjnymi.
4. Odnoszenie do praktyki zdobytej wiedzy oraz tworzenie potrzebnych doświadczeń i nawyków.
5. Rozwijanie sprawności umysłowych oraz osobistych zainteresowań.

Osiągnięcie tych umiejętności przez uczniów o niższych zdolnościach intelektualnych możliwe będzie poprzez stosowanie metod i technik aktywizujących.

PODSTAWA PROGRAMOWA Z MATEMATYKI
DLA LICEUM I TECHNIKUM (ZAKRES PODSTAWOWY)
PODPISANA PRZEZ MINISTRA EDUKACJI NARODOWEJ
23 SIERPNIĄ 2007 ROKU

Cele edukacyjne

1. Przygotowanie do świadomego i pełnowartościowego uczestnictwa w świecie, w którym modele matematyczne odgrywają kluczową rolę.
2. Przyswojenie podstawowych struktur matematycznych w stopniu umożliwiającym rozpoznawanie ich przydatności i wykorzystanie w sytuacjach praktycznych, w szczególności:
 - 1) usystematyzowanie wiedzy o liczbach rzeczywistych oraz nabycie sprawności wykonywania obliczeń,
 - 2) opanowanie reguł rachunku algebraicznego,
 - 3) wdrożenie do opisywania oraz analizy zależności i zmienności za pomocą elementarnych funkcji,
 - 4) poznanie struktury otaczającej nas przestrzeni poprzez własności klasycznych obiektów geometrycznych; rozwój wyobraźni przestrzennej,
 - 5) poznanie elementarnych metod analizy zjawisk statystycznych i losowych oraz ich najprostszyc opisów kombinatorycznych.
3. Przyzwyczajenie do typowych elementów rozumowań matematycznych, w szczególności do stosowania pojęć takich jak: założenie, wniosek, dowód (także nie wprost), przykład i kontrprzykład.
4. Wyrobienie umiejętności i potrzeby krytycznej oceny przeprowadzonego rozumowania lub otrzymanego wyniku obliczeń.
5. Wyrobienie nawyku samodzielnego zdobywania, analizowania i klasyfikowania informacji, stawiania hipotez i poszukiwania metod ich weryfikacji.
6. Kształtowanie umiejętności jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi oraz argumentowania.

Zadania szkoły

1. Zapewnienie kształcenia promującego samodzielne, krytyczne i twórcze myślenie, ograniczenie do minimum działań schematycznych i odtwórczych.
2. Zapewnienie każdemu uczniowi warunków do rozwoju zdolności matematycznych na miarę jego możliwości poznawczych.
3. Przygotowanie uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy na dalszych etapach edukacji oraz w pracy zawodowej.
4. Wdrożenie uczniów do korzystania z nowoczesnych narzędzi i źródeł informacji (podręczniki, słowniki, atlasy, encyklopedie, zasoby sieciowe).

Treści nauczania

1. Liczby rzeczywiste:
 - 1) liczby naturalne i całkowite,
 - 2) liczby wymierne; rozwinięcia dziesiętne,
 - 3) liczby niewymierne,
 - 4) oś liczbowa; przedziały osi liczbowej
 - 5) wartość bezwzględna,
 - 6) procenty i punkty procentowe; lokaty i kredyty,
 - 7) błąd przybliżenia; szacowanie wartości liczbowych,
 - 8) pierwiastki (w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych),
 - 9) potęgi liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym i ich własności; informacja o własnościach potęg o wykładniku rzeczywistym,
 - 10) logarytmy; podstawowe własności logarytmów.
2. Wyrażenia algebraiczne:
 - 1) wzory skróconego mnożenia, w tym $(a \pm b)^3$; $a^3 \pm b^3$,
 - 2) wielomiany; dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów,
 - 3) wyrażenia wymierne,
 - 4) dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych.
3. Równania i nierówności:
 - 1) równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą,
 - 2) proste równania wielomianowe,
 - 3) proste równania wymierne.
4. Funkcje:
 - 1) różne sposoby określania funkcji,
 - 2) odczytywanie własności funkcji z wykresu,
 - 3) proste przekształcenia wykresów funkcji liczbowych,
 - 4) funkcja liniowa,
 - 5) funkcja kwadratowa,
 - 6) funkcja $f(x) = a/x$,
 - 7) funkcja wykładnicza.
5. Ciągi:
 - 1) przykłady ciągów,
 - 2) ciąg arytmetyczny,
 - 3) ciąg geometryczny.
6. Trygonometria:
 - 1) funkcje sinus, cosinus i tangens kąta ostrego
 - 2) proste związki między funkcjami trygonometrycznymi
7. Planimetria:
 - 1) kąty w okręgu,
 - 2) figury podobne,

- 3) zastosowania trygonometrii w planimetrii.
8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej:
 - 1) równanie prostej na płaszczyźnie,
 - 2) interpretacja geometryczna układu równań liniowych,
 - 3) odległość punktów w układzie współrzędnych; równanie okręgu.
9. Stereometria:
 - 1) równoległość i prostopadłość w przestrzeni,
 - 2) kąt między prostą i płaszczyzną; kąt dwuścienny,
 - 3) zastosowania trygonometrii w stereometrii.
10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka:
 - 1) średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, odchylenie standardowe,
 - 2) zliczanie przypadków w prostych sytuacjach kombinatorycznych; zasada mnożenia,
 - 3) obliczanie prawdopodobieństwa w przypadku skończonej liczby zdarzeń elementarnych.

Osiągnięcia

1. Umiejętność budowania modeli matematycznych zjawisk z różnych dziedzin życia i ich stosowania:
 - 1) opisywanie związków pomiędzy wielkościami liczbowymi za pomocą równań i nierówności,
 - 2) wyznaczanie zależności funkcyjnych między wielkościami liczbowymi,
 - 3) wyznaczanie związków metrycznych i miarowych w otaczającej przestrzeni,
 - 4) budowanie modeli zjawisk losowych.
2. Umiejętność wykorzystania podstawowych narzędzi i technik matematycznych:
 - 1) przeprowadzanie obliczeń dokładnych i przybliżonych (w tym procentowych), także z wykorzystaniem kalkulatora,
 - 2) opisywanie zbiorów za pomocą równań, nierówności i ich układów,
 - 3) rozwiązywanie pewnych typów równań oraz ich układów,
 - 4) sporządzanie wykresów funkcji oraz odczytywanie własności funkcji z wykresu,
 - 5) wyznaczanie związków miarowych dla figur płaskich i brył,
 - 6) obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń.
3. Umiejętność przeprowadzenia prostego rozumowania dedukcyjnego.
4. Umiejętność zdobywania i krytycznego analizowania informacji, formułowania hipotez oraz ich weryfikacji.

TREŚCI NAUCZANIA

ZAKRES PODSTAWOWY

1. Liczby rzeczywiste

Tematyka zajęć:

- Liczby naturalne i całkowite.
- Liczby wymierne; rozwinięcia dziesiętne.
- Liczby niewymierne.
- Pierwiastki i potęgi.
- Procenty. Punkty procentowe.
- Wartość bezwzględna.
- Błąd przybliżenia. Szacowanie wartości liczbowych.

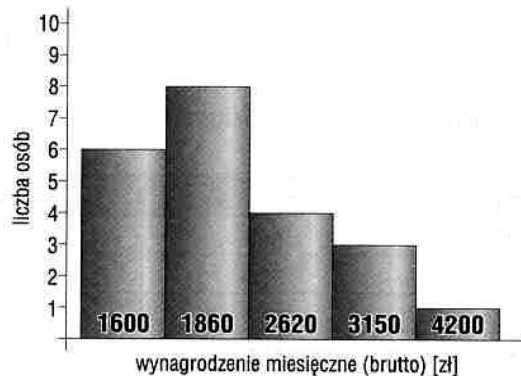
TEMAT	WYMAGANIA PODSTAWOWE
<p>Liczby rzeczywiste i ich podzbiory. Liczby rzeczywiste w zapisie dziesiętnym. Nierówności i przedziały. Wartość bezwzględna. Potęga o wykładniku całkowitym. Notacja wykładnicza. Pierwiastki i potęga o wykładniku wymiernym. Pierwiastki kwadratowe: własności i działania. Usuwanie niewymierności z mianownika. Obliczenia procentowe. Porównania i zmiany procentowe. 100% więcej albo 50 % mniej. Szacowanie, pomiar i błąd. Wyrażenia algebraiczne.</p> <p>Procenty i obliczenia procentowe.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi rozróżniać liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne; – potrafi wskazać liczby pierwsze i złożone; – zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 9, 10); – potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze; – potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych; – potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych; – zna prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych; – potrafi porównywać liczby wymierne; – potrafi przedstawiać liczby wymierne w postaci ułamków zwykłych i dziesiętnych; – potrafi umieścić liczbę wymierną na osi liczbowej; – <i>potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń);</i> – potrafi wyznaczyć przybliżenie dziesiętne liczby rzeczywistej z żadaną dokładnością; – potrafi sprawnie wykonywać działania w zbiorze liczb rzeczywistych z wykorzystaniem praw działań; – potrafi wyznaczyć błąd względny i bezwzględny przybliżenia – potrafi obliczyć błąd procentowy – potrafi szacować wartości wyrażeń – zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;

	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku wymiernym; – zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach ; <i>potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych</i>, – rozumie pojęcie przedziału liczbowego jako podzbioru zbioru liczb rzeczywistych; – potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami; – potrafi zaznaczyć na osi liczbowej podany przedział liczbowy; – potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów liczbowych; – potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent; – potrafi obliczyć jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba; – potrafi określić o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości; – potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych; – <i>rozumie pojęcie punktu procentowego i potrafi się nim posługiwać</i> – potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych; – potrafi przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych; – zna pojęcie średniej arytmetycznej i geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć średnią arytmetyczną i geometryczną podanych liczb.
	<p><u>Zadanie 1.</u> Bartek i Jurek postanowili zmierzyć odległość namiotu od przystani za pomocą swoich kroków. Bartek stawia kroki o długości 48 cm, a Jurek o długości 56 cm. W jakiej odległości od namiotu znajduje się przystań, jeśli ślady stóp chłopców pokryły się 15 razy? Wynik wyraż w metrach.</p> <p><u>Zadanie 2.</u></p> <p>a) Znajdź liczbę wymierną, która znajduje się na osi liczbowej między liczbami $\frac{1}{8}$ a $\frac{1}{6}$.</p> <p>b) Oblicz wartość wyrażenia:</p> $8^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{3^2 + 4^2} + \left(\frac{1}{9^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot \left(27^{\frac{2}{3}}\right) + \sqrt[3]{-64}$

c) Usuń niewymierność z mianownika ułamka: $\frac{2 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2}}$.

Zadanie 3.

Poniższy diagram przedstawia wynagrodzenie brutto pracowników pewnej firmy.



Oblicz:

- Średnie wynagrodzenie brutto w tej firmie.
- Jaki procent pracowników zarabia więcej niż wynosi średnie wynagrodzenie w tej firmie.
- Jaki procent najwyższego wynagrodzenia stanowi wynagrodzenie najniższe.
- O ile procent wynagrodzenie najniższe jest mniejsze od wynagrodzenia najwyższego.

Wyniki podaj z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

Zadanie 4.

Na zawodach w skokach narciarskich, komentator sportowy ocenił pierwszy skok zawodnika na 122m podczas, gdy skoczek osiągnął długość skoku równą 124,5m. Drugi skok miał długość 123,5m, zaś komentator ocenił go na 126m. W którym przypadku komentator popełnił większy błąd?

2. Funkcja i jej własności

Tematyka zajęć:

- Pojęcie funkcji; pojęcie funkcji liczbowej.
- Sposoby opisywania funkcji.
- Dziedzina funkcji liczbowe.
- Zbiór wartości funkcji liczbowej.
- Wykresy niektórych funkcji liczbowe.
- Miejsce zerowe funkcji liczbowe.
- Monotoniczność funkcji liczbowej.
- Najmniejsza i największa wartość funkcji.
- Inne własności funkcji liczbowe.
- Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.
- Funkcja wykładowicza

Pojęcie funkcji. Opis funkcji. Funkcje liniowe i ich wykresy. Własności funkcji liniowych. Funkcje kwadratowe, rodzaje, wykresy, ich własności. Funkcja postaci $f(x)=a/x$ Wykres i własności.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">– potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań;– potrafi podawać przykłady funkcji;– potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym;– potrafi szkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;– potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest;– potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);– potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach);– potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość;– potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym);– potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak:<ol style="list-style-type: none">a) dziedzinę funkcji,b) zbiór wartości funkcji,c) miejsce zerowe funkcji,d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji,
--	---

- e) wartość funkcji dla danego argumentu,
 - f) przedziały w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała,
 - g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne,
 - h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;
- potrafi narysować wykres funkcji o zadanych podstawowych własnościach;
- potrafi interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych);
- potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru lub wykresu funkcji.

Zadanie 1.

Dana jest funkcja określona za pomocą opisu słownego:

“Każdej liczbie ze zbioru

$A = \{0, 1, 4, 9, 16\}$ przyporządkowujemy pierwiastek kwadratowy tej liczby”. Zapisz tę funkcję za pomocą wzoru, a następnie narysuj jej wykres w prostokątnym układzie współrzędnych. Podaj zbiór wartości tej funkcji i jej miejsce zerowe.

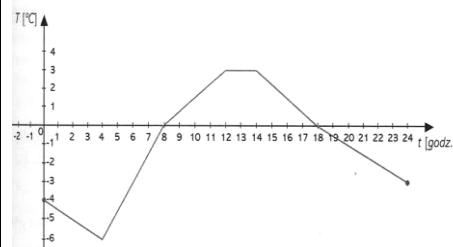
Zadanie 2.

Dana jest funkcja o wzorze $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{-x}}$.

- a) Określ dziedzinę tej funkcji.
- b) Czy funkcja ta posiada miejsce zerowe? Odpowiedź uzasadnij.
- c) Oblicz wartość funkcji dla argumentu (-9) .

Zadanie 3.

Poniżej podany jest dobowy wykres temperatury.



Odpowiedz na pytania:

- a) W jakich godzinach dokonywano pomiaru?
- b) W jakim przedziale mieszczą się zanotowane temperatury?
- c) W jakich godzinach temperatura wyniosła 0° ?
- d) W jakich godzinach temperatura była dodatnia, a w jakich ujemna?
- e) W jakich godzinach temperatura rosła, a w jakich malała?

	<p>f) Jaka wartość miała temperatura w godzinach $\langle 12, 14 \rangle$?</p> <p>g) Jaka najniższą wartość wskazał termograf?</p> <p><u>Zadanie 4.</u></p> <p>Odległość d [km], ustalonego kolarza peletonu, od mety w zależności od czasu jazdy t[h] opisuje wzór $d(t) = 180 - 45t$.</p> <p>a) Ile najmniej godzin potrzeba, aby kolarz przekroczył metę wyścigu?</p> <p>b) W jakiej odległości od mety będzie znajdował się kolarz po 40 minutach jazdy?</p> <p>c) Po jakim czasie od startu, kolarz będzie znajdował się 30 km od mety?</p> <p>Jaka długość ma etap wyścigu?</p>
--	---

3 Funkcja liniowa

Tematyka zajęć:

- Definicja funkcji liniowej.
- Własności funkcji liniowej.
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych.
- Równanie liniowe i nierówność liniowa z jedną niewiadomą.
- Równanie liniowe z dwiema niewiadomymi (równanie prostej).
- Nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Układy nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego.
- Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i układów równań liniowych.

<p>Pojęcie i własności funkcji liniowej.</p> <p>Typy funkcji liniowej.</p> <p>Równanie funkcji</p> <p>Wykresy funkcji</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej; – potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; – potrafi na podstawie wykresu funkcji liniowej (wzoru funkcji) określić monotoniczność funkcji; – potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów dla których funkcja liniowa osiąga wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne); – potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; – potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach (np. takiej, której wykres przechodzi przez dwa dane punkty);
---	--

- potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
- potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
- potrafi rozwiązać równanie liniowe z jedną niewiadomą;
- potrafi określić liczbę rozwiązań równania liniowego z jedną niewiadomą;
- potrafi rozwiązać nierówność liniową z jedną niewiadomą i przedstawić jej zbiór rozwiązań na osi liczbowej;
- potrafi interpretować graficznie równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
- potrafi rozwiązać układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą;
- potrafi rozwiązywać algebraicznie (w tym metodą wyznacznikową) i graficznie układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- potrafi rozpoznać układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną;
- potrafi zbadać wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie;
- potrafi rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do równania liniowego z jedną niewiadomą, nierówności liniowej z jedną niewiadomą lub układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu (wzoru), zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć).

Zadanie 1.

Napisz wzór funkcji liniowej, wiedząc że, miejscem zerowym funkcji jest liczba 2 i wartość funkcji dla argumentu 8 wynosi -3 .

Zadanie 2.

Dana jest funkcja liniowa o wzorze $y = \frac{2}{3}x + 5$. Napisz wzór

funkcji liniowej, której wykres jest:

- a) równoległy do wykresu danej funkcji i przechodzi przez punkt $A(-8, 4)$;
- b) prostopadły do wykresu danej funkcji i przechodzi przez punkt $B(9, -2)$.

Zadanie 3.

W wannie o pojemności 200 litrów znajduje się 20 litrów wody. Po odkręceniu kurków, do wanny napływa 15 litrów wody w ciągu minuty.

	<p>a) Po ilu minutach wanna będzie pełna?</p> <p>b) Napisz wzór funkcji opisującej zależność liczby litrów wody w wannie, po odkręceniu kurków, od czasu w godzinach.</p> <p>c) Narysuj wykres tej funkcji w prostokątnym układzie współrzędnych.</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Do marynowania podgrzybków potrzebny jest ocet 6%. Pani Kowalska kupiła 1 litr octu 10%. Ile wody powinna dolać do zakupionego octu, aby otrzymać ocet o żądanym stężeniu do marynowania grzybów?</p>
--	--

4. Funkcja kwadratowa

Tematyka zajęć:

- Jednomian stopnia drugiego.
- Postać ogólna funkcji kwadratowej.
- Postać kanoniczna funkcji kwadratowej.
- Miejsca zerowe funkcji kwadratowej; postać iloczynowa funkcji kwadratowej.
- Własności trójmianu kwadratowego.
- Równania i nierówności kwadratowe.
- Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.
- Zastosowanie wiadomości o funkcji kwadratowej do analizowania zjawisk z życia codziennego.

<p>Postać kanoniczna funkcji kwadratowej. Rodzaje funkcji. Wykresy funkcji kwadratowej.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – danym przedziale domkniętym; – potrafi algebraicznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; – potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; – potrafi rozwiązywać proste zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą; – potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego, opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej. – potrafi na podstawie wzoru odróżnić funkcję wymierną od innej funkcji; – potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej (wyrażenia wymiernego); – potrafi napisać wzór funkcji wymiernej o zadanej dziedzinie;
---	--

	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych, takie jak: skracanie wyrażeń wymiernych, rozszerzanie wyrażeń wymiernych, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych (tylko proste przykłady); – potrafi narysować wykres proporcjonalności odwrotnej $f(x) = \frac{a}{x}$, $a \in \mathbb{R} - \{0\}, x \in \mathbb{R} - \{0\}$; – potrafi opisać własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, $a \in \mathbb{R} - \{0\}, x \in \mathbb{R} - \{0\}$; – potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności wymierne związane z proporcjonalnością odwrotną; – potrafi rozwiązywać proste zadania tekstowe z zastosowaniem wiadomości o proporcjonalności odwrotnej.
	<p><u>Zadanie 1.</u> Dana jest funkcja kwadratowa w postaci iloczynowej $y = -2(x - 3)(x + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.</p> <ol style="list-style-type: none"> a) Napisz wzór tej funkcji w postaci kanonicznej oraz ogólnej. b) Narysuj wykres tej funkcji. c) Określ zbiór wartości funkcji, przedziały monotoniczności oraz zbiór tych argumentów dla których funkcja osiąga wartości niedodatnie. <p><u>Zadanie 2.</u> Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 8$, $x \in \mathbb{R}$.</p> <ol style="list-style-type: none"> a) Wyznacz miejsca zerowe funkcji. b) Rozwiąż nierówność $f(x) > -8$. c) Wyznacz największą oraz najmniejszą wartość funkcji na przedziale $\langle 1, 3 \rangle$. <p><u>Zadanie 3.</u> Napisz wzór funkcji kwadratowej jeśli wiadomo, że do jej wykresu należy punkt A (1, 3) i dla argumentu 2 funkcja osiąga swą największą wartość równą 4.</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Liczbę osób zwiedzających wystawę n-tego dnia od momentu jej otwarcia opisuje wzór: $W(n) = -4n^2 + 48n - 24$, gdzie $n \in \{1, 2, \dots, 11\}$. Odpowiedz na pytania:</p> <ol style="list-style-type: none"> a) W którym dniu wystawę odwiedziło najwięcej osób? b) Ile osób odwiedziło wystawę podczas jej trwania?

Zadanie 5.

- a) Wyznacz te wartości x , dla których podane wyrażenia wymierne mają sens liczbowy:

$$\frac{x+2}{x-3}, \frac{x^2+1}{x^2+2x+1}, \frac{x}{x^3-4x^2+2x-8}$$

- b) Podaj przykład funkcji wymiernej, której dziedziną jest zbiór $\mathbb{R} - \{2, 3, 7\}$.

Zadanie 6.

- a) Skróć wyrażenia wymierne: $\frac{2x^4-4x^2}{8x^2}, \frac{(2x-1)(x+4)}{4x^2-1}$; podaj

konieczne założenia.

- b) Wykonaj dodawanie oraz odejmowanie wyrażeń wymiernych:

$$\frac{x}{x-2} + \frac{2x+3}{x+4}, \frac{x-5}{2x+3} - \frac{3}{4x^2-9}$$
; podaj konieczne założenia.

- c) Wykonaj mnożenie oraz dzielenie wyrażeń wymiernych:

$$\frac{x^2-4}{2x^2-x} \cdot \frac{2x-1}{5x+10}$$

$$\frac{x^2+4x+4}{x^2-16} : \frac{x+2}{2x-8}$$
; podaj konieczne założenia.

Zadanie 7.

Dana jest funkcja o wzorze $y = \frac{2}{x}$, gdzie

$$x \in \mathbb{R} - \{0\}.$$

- a) Narysuj wykres tej funkcji i na jego podstawie omów jej własności.

- b) Rozwiąż nierówność $\frac{2}{x} \leq 3$.

5. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

Tematyka zajęć:

- Funkcja wykładnicza i jej własności.
- Definicja logarytmu liczby dodatniej.
- Własności logarytmów.
- Funkcja logarytmiczna i jej własności.

<p>Pojęcie funkcji wykładniczej, jej własności oraz wykres. Definicja logarytmu i własności. Działania na logarytmach</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna definicję funkcji wykładniczej;– potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;– potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych;– potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;– potrafi obliczyć logarytm liczby dodatniej;– zna i potrafi stosować własności logarytmów: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi o wykładniku naturalnym– zna definicję funkcji logarytmicznej;– potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;– potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych;– potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu; <p><u>Zadanie 1.</u> Narysuj wykresy funkcji: a) $f(x) = 3^x$ b) $f(x) = \log_2 x$ i na podstawie wykresu omów własności funkcji.</p> <p><u>Zadanie 2.</u> Oblicz: a) $\log_2 16$, b) $\log_\pi 1$, c) $\log_{\frac{1}{7}} 49$, d) $\log 10^{12}$</p> <p><u>Zadanie 3</u> Oblicz: a) $\log_3 \frac{27}{8}$, b) $\log_4 2 + \log_4 32$, b) $\log_{\frac{1}{3}} 324 - 2 \log_{\frac{1}{3}} 6$</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Oblicz x, jeśli : $\log_x 81 = 4$; b) $\log_2 x = -\frac{2}{3}$</p>
---	---

6. PLANIMETRIA

Tematyka zajęć:

- Proporcja własności.
- Podobieństwo figur
- Podobieństwo brył w przestrzeni
- Podobieństwo trójkątów oraz cechy podobieństwa.

<p>Proporcja, podobieństwo. Podobieństwo wielokątów Pole i obwód figur podobnych Podobieństwo brył w przestrzeni, O kątach i trójkątach. Podobieństwo trójkątów</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">▫ podaje przykłady figur podobnych▫ sprawdza proporcjonalność odcinków▫ określa skalę podobieństwa figur▫ rozpoznaje wielokąty podobne▫ rozpoznaje figury podobne w otaczającym świecie▫ rozpoznaje kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe oraz odpowiadające▫ wskazuje w trójkącie wysokości i środkowe▫ odczytuje, w jakim stosunku dana prosta dzieli odcinek▫ stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie oraz kątach przy podstawie w trójkącie równoramiennym▫ oblicza pole trójkąta w typowych sytuacjach▫ zapisuje stosunki odpowiednich boków trójkąta; sprawdza proporcjonalność boków trójkątów▫ rozpoznaje trójkąty podobne▫ zna twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta▫ stosuje pojęcie proporcji do określania podobieństwa figur▫ oblicza na podstawie skali podobieństwa pola i obwody figur podobnych▫ omawia własności kątów odpowiadających i naprzemianległych▫ określa skalę podobieństwa na podstawie długości boków trójkąta▫ objaśnia i stosuje cechy przystawania trójkątów▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe▫ objaśnia i stosuje cechy podobieństwa trójkątów prostokątnych▫ objaśnia i stosuje cechy BBB, KKK, BKB podobieństwa dowolnych trójkątów▫ rozwiązuje trójkąty podobne
---	--

7. Geometria analityczna

- Postać kierunkowa prostej
- Ogólne równanie prostej
- Warunek przecinania się prostych
- Półpłaszczyzny i nierówności
- Odległość na płaszczyźnie

<p>Postać kierunkowa prostej i jej wykres. Warunek równoległości i prostokątności. Interpretacja geometryczna układów równań liniowych.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">▫ stosuje układ współrzędnych do określania położenia punktów – zaznacza punkty i odczytuje ich współrzędne▫ sporządza wykresy prostych w postaci kierunkowej▫ sprawdza czy dany punkt leży na wykresie prostej bez wykonywania wykresu <p>analizuje wykresy prostych; odczytuje współczynnik kierunkowy i wyraz wolny danej prostej</p> <ul style="list-style-type: none">▫ określa równoległość prostych w postaci kierunkowej▫ przekształca równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i na odwrót▫ zaznacza na płaszczyźnie zbiory rozwiązań nierówności▫ oblicza odległość między punktami, wyznacza długości boków wielokątów▫ wyznacza środek odcinka▫ ustala, czy dane proste są prostokątne▫ sporządza wykresy i odczytuje wzory prostych pionowych▫ wyznacza równanie prostej, gdy dany jest punkt i kierunek prostej▫ wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty▫ sporządza wykresy prostych danych w postaci ogólnej▫ zaznacza na płaszczyźnie zbiory rozwiązań prostych układów nierówności liniowych▫ znajduje punkt przecięcia prostych poprzez rozwiązywanie układu równań metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników▫ opisuje za pomocą układów nierówności liniowych proste obszary płaszczyzny▫ stosuje wzór na odległość punktów do badania prostych sytuacji geometrycznych oraz sytuacji z życia codziennego▫ określa kierunek prostej poprzez interpretację współczynnika
---	--

8. Okrąg w układzie współrzędnych

Tematyka zajęć:

- Równanie okręgu.
- Odległość punktu od prostej.
- Wzajemne położenie prostej i okręgu.
- Wzajemne położenie dwóch okręgów.

<p>Kąty w kole. Własności stycznej, Okrąg opisany na wielokącie. Okrąg opisany na wielokącie Okrąg wpisany w wielokąt. Okręgi i wielokąty foremne.</p>	<ul style="list-style-type: none">▫ rozpoznaje kąty środkowe i wpisane w okrąg▫ określa własności kątów środkowych i wpisanych w okrąg▫ określa położenie środka okręgu opisanego na trójkącie (wpisanego w trójkąt) i konstruuje taki okrąg▫ określa, czy na danym czworokącie można opisać (czy w dany czworokąt można wpisać) okrąg▫ oblicza średnicę okręgu opisanego na prostokącie▫ stosuje wzory na pole trójkąta i czworokąta opisanego na okręgu: $P_{\Delta} = \frac{1}{2}(a + b + c)$; $P = \frac{1}{2}(a + b + c + d)$▫ rozpoznaje i określa wielokąty foremne (▫ określa liczbę osi symetrii wielokąta foremnego▫ oblicza kąty w okręgu, wykorzystując własności stycznej▫ oblicza kąty czworokąta, na którym opisano okrąg▫ oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym▫ oblicza bok trójkąta równobocznego, kwadratu, sześciokąta foremnego wpisanego w okrąg▫ oblicza kąt wewnętrzny wielokąta foremnego▫ oblicza kąty środkowe pomiędzy przekątnymi wielokąta foremnego
--	---

9. Wielomiany

Tematyka zajęć:

- Definicja wielomianu stopnia n ($n \in \mathbb{N}_+$) jednej zmiennej rzeczywistej.
- Równość wielomianów.
- Działania arytmetyczne na wielomianach.
- Pierwiastek wielomianu, pierwiastek wielokrotny.
- Twierdzenie Bezouta i jego zastosowanie.
- Twierdzenie o reszcie.
- Metody rozkładania wielomianu na czynniki.
- Równania i nierówności wielomianowe.
- Definicja funkcji wymiernej; dziedzina funkcji wymiernej.
- Działania na wyrażeniach wymiernych.
- Funkcja homograficzna i jej własności.
- Równania i nierówności wymierne.

Własności działań i wzory skróconego mnożenia. Wzory skróconego mnożenia na kwadraty i sześciiany.

Uczeń:

– potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

i potrafi wykonywać działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia;

– zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej i potrafi określić stopień tego jednomianu;

– potrafi wskazać jednomiany podobne;

– potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;

– potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);

– potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;

– potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;

– potrafi rozpoznać wielomiany równe;

– potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;

– potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów;

– potrafi wykonać dzielenie wielomianu przez dwumian;

– potrafi sprawdzić czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;

– potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu danego w postaci iloczynowej;

– zna twierdzenie Bezouta i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań;

	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi obliczyć resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian, nie wykonując dzielenia; – potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: <ul style="list-style-type: none"> $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2,$ zastosowanie metody grupowania wyrazów; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki wymienionych w poprzednim punkcie; – potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności wielomianów, w których występują parametry.
	<p><u>Zadanie 1.</u></p> <p>a) Rozłóż wielomian $W(x) = -2x^3 + 8x - x^2 + 4$ na czynniki liniowe.</p> <p>b) Wymień pierwiastki tego wielomianu.</p> <p>c) Rozwiąż nierówność $W(x) < 0$.</p> <p><u>Zadanie 2.</u></p> <p>Wyznacz zbiory $A, B, A \cap B, A \cup B, A - B$, jeśli $A = \{x: x \in \mathbb{R} \text{ i } x^5 - 2x^4 \geq 0\}$ oraz $B = \{x: x \in \mathbb{R} \text{ i } (2 - x)(4 + 3x - x^2) < 0\}$.</p> <p><u>Zadanie 3.</u></p> <p>Dany jest wielomian $W(x) = 3x^3 - 2x^2 + kx$.</p> <p>a) Wyznacz k tak, aby pierwiastkiem tego wielomianu była liczba 1.</p> <p>b) Dla wyznaczonej wartości k wyznacz pozostałe miejsca zerowe tego wielomianu.</p> <p><u>Zadanie 4.</u></p> <p>Dane są wielomiany $W(x) = (ax^2 + bx + 3)(x + 1)$, $H(x) = 3x^3 + 7x^2 + 7x + 3$. Wyznacz a oraz b tak, aby wielomiany $W(x)$ oraz $H(x)$ były równe.</p>

10. Ciągi

Tematyka zajęć:

- Definicja ciągu; ciąg liczbowy.
- Sposoby opisywania ciągów.
- Ciągi monotoniczne.
- Ciąg arytmetyczny.
- Ciąg geometryczny.

<p>Pojęcie ciągu arytmetycznego, geometrycznego. Przykłady ciągów</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– zna definicję ciągu (ciągu liczbowego);– potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;– potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;– potrafi podać własności ciągu liczbowego na podstawie wykresu;– zna definicję ciągu arytmetycznego;– zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;– zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;– zna definicję ciągu geometrycznego;– zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;– zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;– potrafi wyznaczyć pierwszy wyraz i różnicę ciągu arytmetycznego na podstawie informacji o innych wyrazach ciągu;– potrafi znaleźć wzór na wyraz ogólny ciągu arytmetycznego;– potrafi wyznaczyć pierwszy wyraz i iloraz ciągu geometrycznego na podstawie informacji o wartościach innych wyrazów ciągu;– potrafi znaleźć wzór na wyraz ogólny ciągu geometrycznego;– potrafi rozwiązywać zadania z życia codziennego dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego; <p>potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.</p> <p><u>Zadanie 1.</u></p> <p>Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = 4 - \frac{2}{n}$.</p> <ol style="list-style-type: none">Wypisz sześć początkowych wyrazów ciągu.Narysuj wykres tego ciągu.Czy ciąg jest ciągiem rosnącym? Odpowiedź uzasadnij.Zbadaj, czy istnieje taki wyraz ciągu, który jest równy $\frac{15}{4}$.
---	--

	<p><u>Zadanie 2.</u> Maszynistka miała do przepisania książkę, liczącą 586 stron. Przez pierwsze 3 dni przepisywała po 14 stron dziennie. Aby jednak przyspieszyć przepisywanie całości, postanowiła, że czwartego dnia przepisze o 2 strony więcej niż trzeciego i każdego następnego dnia przepisze o 2 strony więcej niż poprzedniego. W ciągu ilu dni przepisała całą książkę?</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Piłka odbijając się od ziemi, osiągnęła za każdym razem wysokość wynoszącą $\frac{2}{3}$ poprzedniej. Jak wysoko wzniosła się piłka po pierwszym uderzeniu, jeśli po szóstym odbiła się na wysokość 32 cm?</p>
--	---

11. Trygonometria

Tematyka zajęć:

- Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
- Miara łukowa kąta.
- Definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta.
- Podstawowe tożsamości trygonometryczne.
- Wykresy funkcji trygonometrycznych.
- Równania i nierówności trygonometryczne.

<p>Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym. Zależności między funkcjami tego samego kąta. Tożsamości trygonometryczne.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków; – potrafi znaleźć w tablicach kąt o danej wartości funkcji trygonometrycznej; – potrafi odczytać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta; – zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30°, 45°, 60°; – potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°; – potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, gdy dana jest jedna z nich;
---	--

– zna i potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},$$

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1;$$

- potrafi dowodzić proste tożsamości trygonometryczne;
- potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;
- potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;

potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta (zamieniać stopnie na radiany i odwrotnie).

- potrafi znaleźć w tablicach kąt o danej wartości funkcji trygonometrycznej;
- potrafi odczytać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta;
- zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30° , 45° , 60° ;
- potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30° , 45° , 60° ;
- potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, gdy dana jest jedna z nich;

– zna i potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},$$

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1;$$

- potrafi dowodzić proste tożsamości trygonometryczne;
- potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;
- potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;

potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta (zamieniać stopnie na radiany i odwrotnie).

Zadanie 1.

a) Oblicz wartość wyrażenia:

$$\sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ.$$

b) Zamień na stopnie: $\frac{2}{3}\pi$ rad, 5π rad.

c) Zamień na radiany: 150° , 36° .

Zadanie 2.

W trójkącie prostokątnym ABC dane są: długość przeciwprostokątnej $|BC| = \sqrt{146}$ cm oraz długość przyprostokątnej $|AB| = 5$ cm.

	<p>a) Oblicz długość drugiej przyprostokątnej.</p> <p>b) Oblicz miary kątów ostrych trójkąta (skorzystaj z tablic wartości funkcji trygonometrycznych).</p> <p>c) Oblicz długość wysokości trójkąta poprowadzonej na przeciwprostokątną oraz cosinus kąta jaki tworzy ta wysokość z krótszą przyprostokątną.</p> <p><u>Zadanie 3.</u> Kąt wzniesienia wieży, zmierzony w odległości 80m od jej podstawy, ma miarę 48°. Jaką wysokość ma wieża?</p> <p><u>Zadanie 4.</u> Wyznacz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α wiedząc, że $\text{tg } \alpha = \frac{1}{3}$.</p> <p><u>Zadanie 5.</u> Sprawdź, czy równość $\frac{\cos \alpha + \text{tg } \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ jest tożsamością trygonometryczną.</p>
--	--

12. STEREOMETRIA

Tematyka zajęć:

- Proste i płaszczyzny w przestrzeni.
- Kąt między prostą a płaszczyzną.
- Kąt dwuścienny, kąt wielościenny.
- Graniastosłupy i ich siatki.
- Ostrosłupy i ich siatki.
- Bryły obrotowe.
- Objętość i pole powierzchni brył.

<p>Proste i płaszczyzny w przestrzeni Siatka graniastosłupa, i ostrosłupa. Bryły obrotowe. Objętość i pole powierzchni brył</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni; – potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni; – potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni; – umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny; – umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn; – rozumie pojęcie kąta między prostą i płaszczyzną; – rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem "kąt liniowy kąta dwuściennego"; – zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne,
---	---

wysokość, wierzchołki graniastosłupa;

- zna podział graniastosłupów;
- umie narysować siatki graniastosłupów prostych;
- zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość, wierzchołki ostrosłupa;
- rozumie określenie przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka;
- zna podział ostrosłupów;
- umie narysować siatki ostrosłupów prostych;
- zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu walca;
- rozumie określenie przekrój osiowy walca;
- zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu, wierzchołek stożka;
- zna określenie kuli;
- rozumie pojęcie objętości bryły;
- umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów;
- umie obliczać objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów prawidłowych;
- umie obliczać objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca);

potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń.

Zadanie 1.

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym suma długości jego krawędzi jest równa 68 cm, a pole powierzchni całkowitej 190 cm². Oblicz długość krawędzi graniastosłupa.

Zadanie 2.

W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym o wysokości $2\sqrt{3}$ cm, ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

Zadanie 3.

Znajdź pole powierzchni całkowitej walca, którego pole powierzchni bocznej jest równe P_b i którego przekrojem osiowym jest kwadrat.

13. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa

Tematyka zajęć:

- Kombinatoryka.
 - Permutacje.
 - Wariacje z powtórzeniami.
 - Wariacje bez powtórzeń.
 - Kombinacje.
- Rachunek prawdopodobieństwa.
 - Doświadczenia losowe; zdarzenia elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych; zdarzenie.
 - Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.
 - Własności prawdopodobieństwa.
 - Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem własności prawdopodobieństwa.
 - Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.
 - Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa.

Permutacje, wariacje i kombinacje. Rachunek prawdopodobieństwa.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none">– zna pojęcie permutacji i umie stosować wzór na liczbę permutacji;– zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;– zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;– umie rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;– zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się;– zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa;– zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; umie określić (skończoną) przestrzeń zdarzeń elementarnych danego <ul style="list-style-type: none">– doświadczenia losowego i obliczyć jej moc;– umie określić jakie zdarzenia elementarne sprzyjają danemu zdarzeniu;– zna i umie stosować klasyczną definicję
--	---

prawdopodobieństwa;

Zadanie 1.

Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych takich, w których:

- a) cyfry nie mogą się powtarzać,
- b) cyfry mogą się powtarzać?

Zadanie 2.

Z grupy 6 kobiet i 8 mężczyzn wybieramy losowo cztery osoby. Ile jest takich sposobów wyboru, aby wśród wybranych osób:

- a) były same kobiety,
- b) były dwie kobiety i dwóch mężczyzn?

Zadanie 3.

Rzucamy dwiema kostkami do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że:

- a) suma oczek jest równa 7,
- b) na przynajmniej jednej z kostek wypadła liczba oczek większa od 4.

Zadanie 4.

Sześcian pomalowano, a następnie rozcięto na 1000 jednakowych sześcianników, które wrzucono do pudełka i wymieszano. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania z tego pudełka jednego sześciannika, który:

- a) będzie miał dwie ściany pomalowane,
- b) będzie miał jedną ścianę lub dwie ściany pomalowane.

14. Elementy statystyki opisowej

Tematyka zajęć:

- Dane statystyczne i ich klasyfikacja.
- Średnia z próby.
- Mediana z próby.
- Odchylenie standardowe z próby.

Średnia arytmetyczna, ważona, mediana, odchylenie standardowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none">– potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów;– potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów,– potrafi obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby i na tej podstawie przeprowadzać analizę przedstawionych danych; potrafi określać zależności między odczytanymi danymi. <p><u>Zadanie 1.</u></p> <p>Pięćdziesiąt osób zdawało egzamin z przepisów ruchu drogowego. Liczba popełnionych przez nie błędów przedstawiona jest w poniższej tabeli:</p> <table data-bbox="492 1056 1019 1140"><tr><td>Liczba błędów</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Liczba osób</td><td>11</td><td>8</td><td>14</td><td>7</td><td>6</td><td>4</td></tr></table> <p>a) Oblicz średnią liczbę błędów popełnionych przez zdającego. b) Ile procent zdających zdało egzamin, jeśli do tego można było popełnić co najwyżej dwa błędy? c) Przedstaw dane na diagramie kolumnowym i zaznacz na nim średnią obliczoną w punkcie a).</p> <p><u>Zadanie 2.</u></p> <p>Producent czekolady deklaruje, że tabliczka ma wagę $150\text{g} \pm 2\text{g}$. Dla zbadania jakości pewnej partii czekolady organizacja konsumencka zbadała wagę losowo wybranych 10 tabliczek czekolady z tej partii i otrzymała następującą ich wagę (w gramach): 150,4 148,9 150,1 152,8 146,6 154,3 150,8 151,1 150,6 149,5</p> <p>Oblicz średnią wagę tabliczki czekolady i odchylenie standardowe w badanej próbie. Zastanów się, czy organizacja konsumencka winna zwrócić się do producenta z reklamacją dotyczącą tej partii tabliczek czekolady.</p>	Liczba błędów	0	1	2	3	4	5	Liczba osób	11	8	14	7	6	4
Liczba błędów	0	1	2	3	4	5									
Liczba osób	11	8	14	7	6	4									

EWALUACJA PROGRAMU

Ewaluacja programu odbywa się poprzez monitorowanie obecności uczniów na zajęciach, monitorowanie osiągnięć uczniów na lekcjach matematyki, sprawdzianach, klasówkach oraz zestawieniu wyników osiągniętych przez uczniów w czasie testów przewidzianych na wejście oraz na zakończenie cyklu edukacyjnego w każdej grupie.

Ważnym elementem ewaluacji będzie również ocena końcowa z matematyki i wynik egzaminu maturalnego.

TEST SPRAWDZAJĄCY PO III KLASIE GIMNAZJUM
(test na wejście do szkoły ponadgimnazjalnej)

1. (0-1p) Pan X zarabiał 1500 zł, dostał podwyżkę i obecnie zarabia 1800 zł. O ile procent podwyższono mu pensję?
A. o 25% B. o 80% C. o 20% D. 16,7%
2. (0-1p) Cztery osoby zmierzyły długość korytarza szkolnego otrzymując wyniki: 34,81 m, 34,68 m, 34,93 m, 34,78 m. Średnia z tych czterech pomiarów jest równa:
A. 34,70 m B. 34,80 m C. 34,82 m D. 34,87 m
3. (0-1p) Która z podanych liczb jest równa 4^{22}
A. $4^7 \cdot 4^3 \cdot 4$ B. $4^{11} + 4^{11}$ C. $4 \cdot 4^{21}$ D. $(4^{10})^{12}$
4. (0-1p) Za 3 jednakowe zeszyty i długopis Jacek zapłacił 8 złotych. Długopis jest dwa razy droższy od zeszytu. Wskaż, które równanie jest interpretacją tego zadania?
A. $3x = 8$ B. $3x + x = 8$ C. $5x = 8$ D. $6x = 4$
5. (0-1p) Książka po obniżce kosztuje 22,10 zł. Wcześniej należało za nią zapłacić 26,00 zł. Cenę książki obniżono o:
A. 3,9 % B. 15 % C. 85% D. 18 %
6. (0-1p) Powierzchnia Morskiego Oka w skali 1 : 1000 jest równa 3450 cm^2 . Rzeczywista powierzchnia jeziora wynosi:
A. $3,45 \cdot 10^5 \text{ a}$ B. $3,45 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ C. 34,5 ha D. $3,45 \cdot 10^3 \text{ ha}$
7. (0-1p) Koło o środku O i promieniu 3,2 cm jest podobne w skali $k = \frac{1}{2}$ do koła o środku S . Średnica koła o środku S jest równa:
A. 12,8 cm B. 6,4 cm C. 1,6 cm D. 3,2 cm.
8. (0-1p) Objętość walca, którego wysokość i promień podstawy mają długość 10 cm, jest równa:
A. 1000 cm^3 B. $1000\pi \text{ cm}^3$ C. około 3 m^3 D. około 300 dm^3
9. (0-1p) Jak zmieni się powierzchnia kuli, jeśli jej średnicę zwiększymy 2 razy?
A. Zwiększy się 2 razy B. Zwiększy się 8 razy C. Zwiększy się 4 razy D. nie zmieni się

10. (0-1p) Wartością wyrażenia $-0,5 * \left[3 + \frac{1}{4} - 0,75 \right]$ jest liczba:
- A. $1\frac{3}{4}$ B. $-\frac{5}{4}$ C. $-\frac{7}{4}$ D. $1\frac{1}{4}$
11. (0-3p) Turysta przeszedł połowę drogi, po krótkim odpoczynku przeszedł jeszcze czwartą część drogi, a po drugim odpoczynku – ósmą część trasy i zostało mu do przejścia 1,5 km. Jaka długość miała cała trasa?
12. (0-4p) Czekoladki pakowane są w małe i duże bombonierki. W trzech małych bombonierkach jest o 4 czekoladki mniej niż w dwóch dużych, a o 28 więcej niż w jednej dużej bombonierce. Zapisz treść zadania w postaci układu równań i oblicz, po ile czekoladek jest w każdej bombonierce.
13. (0-4p) Drabinkę o długości 2 m oparto o płot wysokości 1,5 m. Wykonaj odpowiedni rysunek i oblicz jak daleko od płotu znajduje się dolny koniec drabiny, jeśli wiadomo, że wystaje ona 30 cm ponad płot.
14. (0-4p) Sześcienne akwarium o łącznej powierzchni wszystkich szklanych ścian wynosi $1,8 \text{ m}^2$ zostało napełnione wodą w ten sposób, że lustro wody znajduje się o 12 cm niżej niż górna krawędź sześcianu. Wykonaj odpowiedni rysunek i oblicz ile litrów wody znajduje się w akwarium?

ODPOWIEDZI I ROZWIĄZANIA:

1. C
2. B
3. C
4. C
5. B
6. C
7. B
8. B
9. C
10. B
11. Odp: 12 km

Oznaczamy przez x długość całej trasy w kilometrach

Za ułożenie równania $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x + 1,5 = x$ -1p.

za prawidłowe obliczenia i odpowiedź -2p

12. Jeżeli oznaczymy: m – mała bombonierka, d – duża bombonierka, to:

$$\begin{cases} 3m = 2d - 4 \\ 3m = d + 28 \end{cases}$$

po rozwiązaniu układu równań otrzymamy: $m=20$, $d=32$.

Za prawidłowe ułożenie każdego z równań po 1 p.

Za prawidłowe obliczenia i odpowiedź 2p.

13. 80 cm od płotu

za prawidłowo wykonany rysunek - 1p.

zamiana jednostek np. na dm lub inne, prawidłowe ułożenie równania: $17^2 = 15^2 + x^2$ - 1 p.

prawidłowe obliczenia i odpowiedź - 2p.

14. 172,81

za prawidłowo wykonany rysunek - 1p.

obliczenie powierzchni jednej ściany – 1p.

obliczenie długości krawędzi - 1p.

za prawidłową odpowiedź z zachowaniem jednostek - 1 p

Opracował:

Piotr Żelasko

25p. – celujący

24p. – 23p. – bardzo dobry

22p. – 19p. – dobry

18p. – 13p. – dostateczny

12p. – 8p. – dopuszczający

7p. – 0p. – niedostateczny