

Obóz Naukowy Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów

Liga zadaniowa 2012/2013

Seria VIII (luty 2013)



36. Dla których dodatnich liczb całkowitych n prawdziwe jest poniższe twierdzenie?

Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, spełniających nierówność

$$\sum_{i=1}^n x_i^4 + 13 \sum_{i=1}^n x_i^2 \leq 3 \sum_{i=1}^n x_i + n^2,$$

zachodzi nierówność

$$6 \sum_{i=1}^n x_i^3 + 9 \sum_{i=1}^n x_i < 4n + n^2.$$

37. Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb całkowitych m, n liczba $(3m)! \cdot (3n)!$ jest podzielna przez $m! \cdot n! \cdot ((m+n)!)^2$.

38. Rozstrzygnij, czy sześcian o krawędzi 14 można wypełnić prostopadłościennymi klockami o wymiarach $1 \times 1 \times 8$ oraz $1 \times 1 \times 11$.

39. Rozstrzygnij, czy sześcian o krawędzi 15 można wypełnić prostopadłościennymi klockami o wymiarach $1 \times 1 \times 8$ oraz $1 \times 1 \times 11$.

40. Proste PA i PB są styczne do okręgu o odpowiednio w punktach A i B . Punkt F jest rzutem prostokątnym punktu B na średnicę AE okręgu o . Wykaż, że środek odcinka BF leży na prostej EP .



Urszula Pastwa
Kierownik naukowej obozu

