

Obóz Naukowy Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów

Liga zadaniowa 2012/2013
Seria X (kwiecień 2013)



46. Na szachownicy 75×75 umieszczono 120 kwadratów 3×3 tak, że każdy pokrywa 9 pól. Udowodnij, że na tej szachownicy można umieścić dodatkowo kwadrat 5×5 tak, aby pokrywał 25 wolnych pól.

47. Rozstrzygnij, czy dla dowolnej liczby pierwszej p istnieje taka dodatnia liczba całkowita n , że liczba $3^n + n^2$ jest podzielna przez p .

48. Rozstrzygnij, czy dla dowolnej liczby pierwszej p istnieje taka dodatnia liczba całkowita n , że liczba $3^n + n^p$ jest podzielna przez p .

49. W trójkącie ABC o polu 1 punkty A_1, B_1, C_1 są odpowiednio środkami boków BC, CA i AB . Punkty K, L, M należą odpowiednio do odcinków AB_1, BC_1, CA_1 . Wykaż, że pole części wspólnej trójkątów $A_1B_1C_1$ i KLM jest nie mniejsze niż $\frac{1}{8}$.

50. Wewnątrz kuli o promieniu 10 umieszczono 3803 odcinki o łącznej długości 3803. Udowodnij, że istnieje kula o promieniu 1, której wnętrze ma punkty wspólne z co najmniej sześcioma z tych odcinków.



Urszula Pastwa
Kierownik naukowy obozu

