

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

Wstęp

Zbiór „Mój przedmiot matematyka” jest zestawem 132 scenariuszy przeznaczonych dla uczniów szczególnie zainteresowanych matematyką. Scenariusze mogą być wykorzystywane przez nauczycieli zarówno na typowych zajęciach lekcyjnych wpisanych w zakres podstawowy, jak też w ramach dodatkowych zajęć poszerzających wiedzę uczniów, np. koła zainteresowań. Scenariusze wymagają zastosowania komputerów z dostępem do internetu. Takie wyposażenie pozwoli na wykorzystanie środków dydaktycznych przewidzianych w projekcie „Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy” takich jak moduły e-learningowe: „Elementy statystyki i rachunek prawdopodobieństwa”, „Funkcja kwadratowa”, „Równania i nierówności liniowe i kwadratowe”, „Wielomiany”, gry strategiczne „Wyprawa Nasreddina”, „Herbatka u królowej Anglii”, „Wyprawa na grzyby”, „Matemafia” oraz „Międzykontynentalna szkoła”, poradniki „Ciągi”, „Planimetria”, „Trygonometria”, „Geometria analityczna”. Scenariusze mogą być realizowane na zajęciach lekcyjnych jako całość lub nauczyciel dokonuje wyboru określonych materiałów zgodnie z zaplanowanymi przez siebie tematami – zwiększa to elastyczność stosowania pakietu np. w sytuacji braku zapewnienia w placówce odpowiednich warunków technicznych do realizacji materiału w oparciu o cały pakiet.

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

Spis scenariuszy

Wstęp	1
Scenariusz nr 1*: Rozwiązanie zadań maturalnych	3
Scenariusz nr 2*: Rozwiązanie arkusza maturalnego	7
Scenariusz nr 3*: Przekształcanie wykresów funkcji z Geogebra - powtórzenie wiadomości	11



Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

Scenariusz nr 1*: Rozwiązywanie zadań maturalnych

Temat zajęć		Rozwiązywanie zadań maturalnych
Dział		Powtórzenie wiadomości
Klasa (poziom edukacyjny)		Klasa czwarta TH (kończąca IV etap edukacyjny)
Czas trwania zajęć		90 minut
Lp.	Element scenariusza	Treść zajęć
1	Cel ogólny	<ul style="list-style-type: none"> • Kształcenie umiejętności samodzielnego dochodzenia do wiedzy; • Rozwijanie umiejętności czytania zadań ze zrozumieniem; • Wykształcenie umiejętności rozwiązywania podstawowych zadań oraz zadań z poziomu rozszerzonego • Rozwijanie umiejętności logicznego twórczego myślenia, wnioskowania, współpracy, współodpowiedzialności.
2	Cele szczegółowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • potrafi wykorzystać zdobyte wiadomości i umiejętności do rozwiązywania zadań z poziomu rozszerzonego; • potrafi analizować treść zadań oraz precyzować wnioski.
3	Formy i metody	<ul style="list-style-type: none"> • Praca indywidualna • Ćwiczenia • Praca z tablicą interaktywną
4	Środki dydaktyczne (ze szczegółowym wskazaniem środków)	Tablica interaktywna

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

	opracowanych w projekcie np. moduł, gra)	
5	Wprowadzenie do zajęć	Pokazanie uczniom przykładowego arkusza maturalnego z poziomu rozszerzonego.
6	Przebieg zajęć (<i>pełna wersja</i>)	<p>Temat lekcji realizujemy w oparciu o tablicę interaktywną.</p> <p>Rozwiązujemy zadania z zestawu maturalnego MATURA maj 2010 Poziom Rozszerzony CKE. Po rozwiązaniu każdego zadania prezentujemy przykładowy schemat oceniania z rozwiązaniem.</p> <p>Zadanie 1. (4 pkt) Rozwiąż nierówność $2x + 4 + x - 1 \leq 6$.</p> <p>Zadanie 2. (4 pkt) Wyznacz wszystkie rozwiązania równania $2\cos^2x - 5\sinx - 4 = 0$ należące do przedziału $\langle 0, 2\pi \rangle$.</p> <p>Zadanie 3. (4 pkt) Bok kwadratu ABCD ma długość 1. Na bokach BC i CD wybrano odpowiednio punkty E i F umieszczone tak, by $CE = 2 DF$. Oblicz wartość $x = DF$, dla której pole trójkąta AEF jest najmniejsze.</p> <p>Zadanie 4. (4 pkt) Wyznacz wartości a i b współczynników wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ wiedząc, że $W(2) = 7$ oraz, że reszta z dzielenia $W(x)$ przez $(x - 3)$ jest równa 10.</p> <p>Zadanie 5. (5 pkt) O liczbach a, b, c wiemy, że ciąg (a, b, c) jest arytmetyczny i $a + c = 10$, zaś ciąg $(a + 1, b + 4, c + 19)$ jest geometryczny. Wyznacz te liczby.</p>

Zadanie 6. (5 pkt)

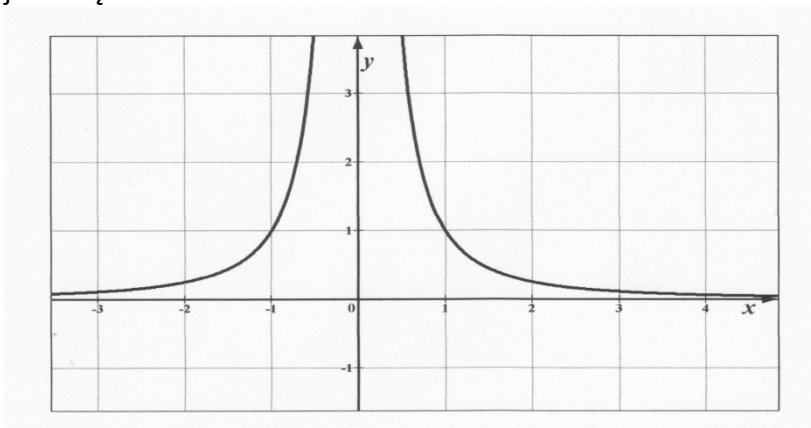
Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + mx + 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste takie, że suma ich kwadratów jest większa od $2m^2 - 13$.

Zadanie 7. (6 pkt)

Punkt $A = (-2, 5)$ jest jednym z wierzchołków trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Pole tego trójkąta jest równe 15. Bok BC jest zawarty w prostej o równaniu $y = x + 1$. Oblicz współrzędne wierzchołka C .

Zadanie 8. (5 pkt)

Rysunek przedstawia fragment wykresu funkcji $f(x) = \frac{1}{x^2}$. Przeprowadzono prostą równoległą do osi Ox , która przecięła wykres tej funkcji w punktach A i B . Niech $C = (3, -1)$. Wykaż, że pole trójkąta ABC jest większe lub równe 2.

**Zadanie 9. (4 pkt)**

Na bokach BC i CD równoległoboku $ABCD$ zbudowano kwadraty $CDEF$ i $BCGH$ (zobacz rysunek). Udowodnij, że $|AC| = |FG|$.

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

		<div data-bbox="898 277 1420 719" data-label="Image"> </div> <p>Zadanie 10. (4 pkt) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w trzech rzutach symetryczną sześcienną kostką do gry suma kwadratów liczb uzyskanych oczek będzie podzielna przez 3.</p> <p>Zadanie 11. (5 pkt) W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość a. Ściany boczna są trójkątami ostrokątnymi. Miara kąta między sąsiednimi ścianami bocznymi jest równa $2a$. Wyznacz objętość tego ostrosłupa.</p>
7	Podsumowanie zajęć	Ocena aktywności uczniów na lekcji
8	Uwagi metodyczne do realizacji	

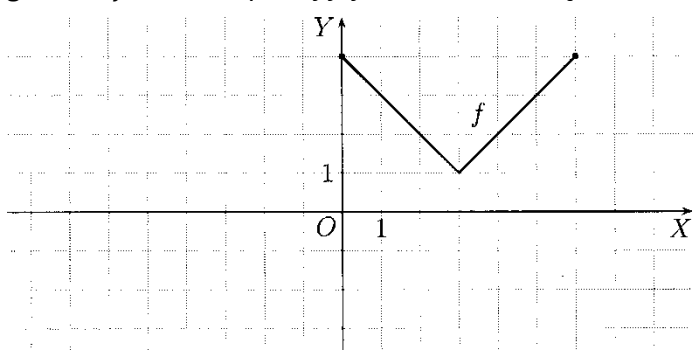


Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

Scenariusz nr 2*: Rozwiązywanie arkusza maturalnego

Temat zajęć		Rozwiązywanie arkusza maturalnego
Dział		
Klasa (poziom edukacyjny)		
Czas trwania zajęć		90 min
Lp.	Element scenariusza	Treść zajęć
1	Cel ogólny	<ul style="list-style-type: none"> • Kształcenie samodzielności pracy; • Rozwijanie umiejętności czytania ze zrozumieniem; • Rozwijanie umiejętności planowania czasu pracy
2	Cele szczegółowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • wykazuje się umiejętnością rozwiązywania zadań dotyczących ciągów liczbowych; • wykazuje się umiejętnością stosowania twierdzeń dotyczących wielomianów; • wykazuje się umiejętnością szkicowania i przekształcania wykresów funkcji; • wykazuje się umiejętnością rozwiązywania zadań z zakresu geometrii analitycznej i planimetrii; • wykazuje się umiejętnością rozwiązywania zadań z zakresu wielościanów i brył obrotowych; • wykazuje się umiejętnością rozwiązywania zadań z zakresu prawdopodobieństwa
3	Formy i metody	<ul style="list-style-type: none"> • Praca indywidualna • Praca w grupie
4	Środki dydaktyczne (ze szczegółowym wskazaniem środków)	Tablica interaktywna.

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

	opracowanych w projekcie np. moduł, gra)	
5	Wprowadzenie do zajęć	Temat lekcji realizujemy w oparciu o tablicę interaktywną. W czasie zajęć rozwiążemy wraz z uczniami arkusz maturalny z zakresu rozszerzonego. Każde z zadań najpierw rozwiązywane jest przez uczniów samodzielnie, a następnie rozwiązania prezentowane są na tablicy. Omawiane są najczęściej popełniane błędy oraz szczególnie interesujące sposoby rozwiązania. Wszystkie poprawne rozwiązania są zapisywane i udostępniane później wszystkim uczniom.
6	Przebieg zajęć (pełna wersja)	<p>Rozwiązywanie arkusza maturalnego na poziomie rozszerzonym</p> <p>Zadanie 1. (4 pkt) Na rysunku poniżej przedstawiono wykres funkcji $f: \langle 0; 6 \rangle \rightarrow R$. Naskicuj wykres funkcji $g(x) = f(4 - x)$, podaj jej wzór i dziedzinę.</p>  <p>Zadanie 2. (5 pkt) Liczba 2 jest pierwiastkiem wielomianu $W(x) = ax^3 + 3x^2 + bx + 4$. Reszta z dzielenia tego wielomianu przez $x + 1$ jest równa 12.</p> <p>a) Oblicz współczynniki a i b. b) Rozwiąż nierówność $W(x) < 0$.</p> <p>Zadanie 3. (5 pkt) Lewa strona równania $1 + 3 + 9 + \dots + x = 1093$ jest sumą kilku początkowych wyrazów ciągu</p>

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy

Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

geometrycznego. Oblicz $y = 0,0(1) - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$.

Zadanie 4. (6 pkt)

Oblicz pole trójkąta ABC , którego jednym z wierzchołków jest punkt $A = (2,5)$, a jednym z boków średnica okręgu $x^2 + 2x + y^2 - 6y - 15 = 0$ równoległa do prostej $x + 2y = 0$.

Zadanie 5. (6 pkt)

Miara największego kąta w trójkącie jest dwa razy większa od miary jego najmniejszego kąta. Oblicz długości boków tego trójkąta, jeżeli są one kolejnymi liczbami naturalnymi.

Zadanie 6. (4 pkt)

Spośród liczb: 1, 2, 3, ..., 9 losujemy bez zwracania pięć liczb, które zapisane w kolejności losowania utworzą ciąg pięcioelementowy. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że będzie to ciąg monotoniczny.

Zadanie 7. (4 pkt)

Trapez prostokątny opisany na okręgu o promieniu 2 ma jedną podstawę dwa razy dłuższą od drugiej. Oblicz obwód tego trapezu.

Zadanie 8. (4 pkt)

O ostrosłupie prawidłowym czworokątnym tangens kąta, jaki krawędź boczna tworzy z podstawą, jest równy m . Wyznacz cosinus kąta nachylenia ściany bocznej tego ostrosłupa do jego podstawy.

Zadanie 9. (4 pkt)

Funkcja f dana jest wzorem $f(x) = \frac{ax+b}{2x+c}$.

a) Wyznacz współczynniki a, b, c jeśli wiadomo, że wykres funkcji f można otrzymać przesuając wykres funkcji $y = \frac{1}{2x}$ o wektor $\vec{u} = [-1, 2]$.

b) Uzasadnij, że do wykresu funkcji f nie należy żaden punkt o obu współrzędnych całkowitych.

Zadanie 10. (4 pkt)

W kulę wpisano stożek, którego przekrój jest trójkątem równobocznym. Oblicz stosunek objętości kuli do objętości stożka.

Zadanie 11. (4 pkt)

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = |\log_2(x-1)|$. Dla jakich wartości parametru m punkt o współrzędnych $(m^2, 3)$ należy do wykresu tej funkcji?

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

7	Podsumowanie zajęć	Na koniec zajęć nastąpi omówienie wyników i najczęściej pojawiających się problemów.
8	Uwagi metodyczne do realizacji	

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

Scenariusz nr 3*: Przekształcanie wykresów funkcji z Geogebra - powtórzenie wiadomości

Temat zajęć		Przekształcanie wykresów funkcji z Geogebra - powtórzenie wiadomości.
Dział		Funkcje
Klasa (poziom edukacyjny)		I technikum, poziom rozszerzony
Czas trwania zajęć		45 min.
Lp.	Element scenariusza	Treść zajęć
	Cel ogólny	<ul style="list-style-type: none"> - zastosowanie poznanych przekształceń wykresów funkcji w zadaniach - zapoznanie z programem GeoGebra, ćwiczenia wprowadzające - ćwiczenie umiejętności wykonywania przekształceń wykresów funkcji z wykorzystaniem GeoGebry, rozwiązywanie zadań utrwalających zamieszczonych w podręczniku kl. I-ej (WSiP) - kształcenie umiejętności wyciągania i formułowania wniosków - pokazanie, że z GeoGebrą można rozwiązywać zadania z podręcznika, co oznaczać może ogromne wsparcie podczas odrabiania prac domowych (sprawdzenie, czy zadania są rozwiązywane poprawnie)
	Cele szczegółowe	<ul style="list-style-type: none"> - uczeń potrafi pracować z programem GeoGebra w zakresie sporządzania dowolnego wykresu funkcji - uczeń wykorzystuje komputerowe oprogramowanie do rozwiązywania problemów występujących podczas powtórzenia wiadomości z zakresu przekształceń wykresów funkcji
	Formy i metody	Pogadanka, objaśnienie działania GeoGebry, metoda programowana z użyciem komputera, ćwiczenia.
	Środki dydaktyczne (ze szczegółowym wskazaniem środków opracowanych w projekcie np. moduł, gra)	Pracownia mobilna, podręcznik WSiP, karta pracy, ankieta ewaluacyjna.

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

	Wprowadzenie do zajęć	Omówienie organizacji pracy na lekcji
	Przebieg zajęć (<i>pełna wersja</i>)	<p style="text-align: center;">Część I Wprowadzenie</p> <p>Nauczyciel podaje temat lekcji, wprowadza w jej charakter, pytaniami pomocniczymi wprowadza do tematu lekcji.</p> <p>- Jakie przekształcenia związane z wykresami funkcji, poznaliście? Szkicowaniem jakich wykresów funkcji zajmowaliśmy się ostatnio?</p> <p>Uczniowie przypominają, w jaki sposób otrzymujemy wykresy ostatnio poznanych funkcji: $y=-f(x)$, $y=f(-x)$, $y=-f(-x)$, $y=f(x-p)+q$, $y= f(x)$, $y=f(kx)$, $y=kf(x)$.</p> <p>Następnie nauczyciel wprowadza do GeoGebry (www.geogebra.org) (wcześniej na każdym komputerze został zainstalowany program, który uczniowie uruchamiają).</p> <p>Geogebra to bezpłatne oprogramowanie matematyczne, które łączy algebrę, geometrię I analizę matematyczną. Dla uzdolnionych matematycznie uczniów może być źródłem inspiracji, rozwijania zainteresowań matematycznych, dla pozostałych może być radością w odkrywaniu, czy też sprawdzeniu pewnych prawidłowości występujących w matematyce.</p> <p>Dzisiejsze zajęcia wykorzystują bardzo niewielką część tego oprogramowania. Nauczyciel wprowadza uczniów w podstawowe, przydatne na lekcji, opcje tego programu.</p> <p>Najważniejszą cechą programu GeoGebra jest <u>podwójna reprezentacja obiektów</u> – każdemu obiektowi w <i>Widoku Grafiki</i> (geometrii) odpowiada wyrażenie w <i>Oknie Algebry</i> i odwrotnie.</p> <p>Przykłady wprowadzające:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Używając Geogebry utwórz dowolną linię prostą oraz dowolną parabolę (np. opisaną równaniem: $y=2x-4$). Po wprowadzeniu wzoru – enter. Obserwujemy <i>Widok Algebry</i> oraz <i>Widok Grafiki</i>. Szczególnie zwrócić uwagę na Symetrię względem osi układu współrzędnych., przesunięcie o wektor. 2. Krótki opis interfejsu Geogebry <ul style="list-style-type: none"> - Przesuń, Nowy punkt, Prosta przechodząca przez dwa punkty, ..., Kąt, Symetria osiowa, Wstaw tekst,..., Przemieszczaj obszar roboczy. <p><u>Uwaga:</u></p> <p>- przesunięcie myszy na jeden z obiektów, pojawia się opis i obiekt zostaje podświetlony</p>

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

		<ul style="list-style-type: none"> -prawy przycisk myszy w Widoku Grafiki daje możliwość np. wstawienia Siatki - po zaznaczeniu obiektu wybór prawego przycisku myszy może m.in. usunąć obiekt - użycie scrola zwiększa lub zmniejsza jednostkę układu współrzędnych <p style="text-align: center;">Część II (właściwa)</p> <p>Rozwiązywanie zadań z podręcznika kl. I-sza, zestawy powtórzeniowe „A gdyby matura była teraz?” zad.5 str. 265; Zad.6, 9, 11 str. 266 ;Zad.2 str. 267; Zad. 9 str. 268 (wszystkie proponowane zadania znajdują się w załączniku nr 1 do scenariusza, uczniowie wykorzystują podręcznik do pracy na lekcji) Uczniowie, którzy nie będą mieli problemu z obsługą techniczną programu i wykonają swoją pracę podstawową (zadania z podręcznika) wykonują zadania zamieszczone w karcie pracy – załącznik nr 2 do scenariusza.</p>
	Podsumowanie zajęć	Nauczyciel ocenia pracę uczniów na lekcji, podaje pracę domową: zbiór zadań WSiP, 35a str.81, 43/82, 48,49,50/83, 56,57/84, 68/86 oraz przekazuje uczniom ankietę ewaluacyjną - załącznik nr 3.
	Uwagi metodyczne do realizacji	Liczba i stopień trudności rozwiązywanych zadań należy dostosować do możliwości uczniów.

Załączniki do scenariusza nr 3

Załącznik nr 1

Karta pracy nr 1 – przekształcenia wykresów funkcji

Źródło: podręcznik klasa I liceum i technikum, zakres podstawowy i rozszerzony „Matematyka poznać zrozumieć”, wyd. WSiP, Alina Przychoda, Zygmunt Łaszczyk

Zadanie 5. (1 p.)

Dana jest funkcja $f(x)=2x-3$. Aby otrzymać wykres funkcji $g(x)=-2x+3$, należy wykres funkcji f

- A. przekształcić w symetrii względem osi x .
- B. przekształcić w symetrii względem osi y
- C. przekształcić w symetrii względem początku układu współrzędnych.
- D. przesunąć o 6 jednostek w górę.

Zadanie 6. (2 p.)

Po przesunięciu wykresu funkcji $f(x)=x-3$ równoległe do osi x o 1 jednostkę w lewo, a następnie po przesunięciu otrzymanego wykresu równoległe do osi y o 3 jednostki w górę otrzymujemy wykres funkcji g . Oceń prawdziwość zdania.

- a) Funkcję g opisuje wzór $g(x)=x$.
- b) Do wykresu funkcji g należy punkt $P=(0,1)$.
- c) Miejscem zerowym funkcji g jest $x=-1$.
- d) Funkcja g jest rosnąca.

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

Zadanie 9. (3 p.)

Wykres funkcji $f(x)=-|x|$, $x \in \mathbf{R}$, przesun równolegle do osi x o 1 jednostkę w prawo, a następnie otrzymany wykres przesun równolegle do osi y o 4 jednostki w górę. Jaką figurą jest zbiór punktów ograniczonych otrzymanym wykresem funkcji oraz osią x ? Wyznacz oś symetrii tej figury.

Zadanie 11. (3 p.)

Wyznacz część wspólną zbiorów wartości funkcji $f(x)=-x^2+3$, $x \in \mathbf{R}$, oraz $g(x)=|x|-1$, $x \in \mathbf{R}$.

Zadanie 2. (3 p.)

Dana jest funkcja $f(x)=-|x+2|+3$, $x \in \mathbf{R}$. O jaki wektor należy przesunąć wykres tej funkcji, aby otrzymać wykres funkcji, która przyjmuje dla $x=3$ wartość największą $y=-3$? Sporządź odpowiedni rysunek.

Zadanie 9. (4 p.)

Wykres funkcji $f(x)=5x+2$, $x \in \mathbf{R}$, przesun o wektor $a \rightarrow = [3, 1]$. Podaj wzór funkcji g , której wykres otrzymasz w wyniku tego przesunięcia. Oblicz pole wielokąta, którego wierzchołkami są punkty przecięcia wykresów funkcji f i g z osiami układu współrzędnych.

Załącznik nr 2

KARTA PRACY nr 2 – przekształcanie wykresów funkcji

1. Sporządź wykres funkcji i na jego podstawie omów własności (dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności):

a) $y = -|x| + 2$

b) $y = |(x + 4)^2 - 1|$

c) $y = \left| \frac{1}{x - 2} \right| - 1$

2. Narysuj wykres funkcji liniowej $f(x) = 4x - 6$, a następnie sporządź wykresy funkcji $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$ oraz $h(x) = f(-\frac{1}{2}x)$.

Nauki ścisłe priorytetem społeczeństwa opartego na wiedzy
Zbiór scenariuszy „Mój przedmiot matematyka”

Załącznik nr 3

Ankieta ewaluacyjna po lekcji „Przekształcanie wykresów funkcji z GeoGebra”

Imię i nazwisko:kl.

1. Czym zajmowałaś(-eś) się w czasie lekcji. Opisz swoje działania.

2. Co w lekcji sprawiało Ci najwięcej trudności?

3. Co w lekcji najbardziej Ci się podobało?

